



全球变化与地球系统科学系列
Series in Global Change and Earth System Science

Inverse Problems in Geophysics and Solution Methods

地球物理数值反演问题

王彦飞

I. E. 斯捷潘诺娃

V. N. 提塔连科

A. G. 亚格拉

 高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

前言

反演问题及其数值计算是近年来的研究热点。各种各样的科学前沿问题,比如固体地球物理、地球化学、同步辐射、医学/计算机层析成像、激光雷达、遥感遥测、图像/信号处理、金融经济、生命科学、大气物理等,都归纳出了大量的反演问题亟待解决。这些问题有些是线性的,有些是非线性的,但均可以抽象为用第一类算子方程的形式来描述,并且有些情况下,算子的表达式是没有显式表示的。而在固体地球物理研究领域,无论是重力场、磁场、电磁场,还是地震波场,其正演模型都可以归结为第一类算子方程。反演的目的就是通过对求解第一类算子方程来获得对反演参数/模型的估计。反演问题的典型特性为其不稳定性:解未必存在;解未必唯一;以及解的连续性/稳定性 (Continuation/Stability) 不一定能够保证。反演问题不稳定性自阿达马 (Hadamard) 于 1923 年提出以来,为克服不稳定性理论和研究方法研究得到了极大的发展,经典著作作为《不适定问题的数值解法》(中译本) (Tikhonov et al., 1977)。最近由俄罗斯科学出版社出版了 A. N. 吉洪诺夫院士关于不适定反问题论述 10 卷中的第 3 卷《Inverse and Improperly Posed Problems》(Tikhonov, 2009), 其中有许多非常经典的论述。由 A. N. 吉洪诺夫院士及其团队建立的吉洪诺夫正则化方法,现在正在各种交叉学科中发挥着越来越重要的作用。

本书着重阐述反演问题的数值解法,并结合部分地球物理领域中的正问题与反演问题的应用展开探讨。因为地球物理领域包含的范围很大,我们没有面面俱到,只挑选了部分感兴趣的内容展开叙述。全书共分 10 章。

本书第一章是引言,概要介绍了地球物理科学反演问题的基本任务。

第二章详细介绍了不适定反问题以及解决不适定反问题的数值解法,既包括正则化方法,又包括最优化方法以及基本的泛函知识。

第三章研究积分近似方法,重点介绍 S 近似和 F 近似方法。

第四章讨论了重力测量中的正问题和反问题及其示例。

第五章讨论了磁法勘探中的正问题和反问题及其示例。

第六章给出了解决重力和磁力测量反问题的新方法,特别是介绍了基于基圆柱势函数的反问题和还原椭球算法。

第七章讨论了地震勘探问题中的正问题和反问题及其示例。

第八章着重介绍了离散地震卷积模型反演问题。该问题是勘探地震领域的一个关键问题,关系到反演的成败。其中特别介绍了偏移后反演方法和稀疏最优化压缩反演技巧。

第九章介绍地表参数反演问题。主要研究的是以核驱动二向反射模型为例反演地表参数的计算方法,介绍了正则化方法和稀疏最优化方法的应用。很明显,这些方法具有一般性,稍加修改即可用到参数反演的其他领域。

第十章探讨地球科学中气溶胶粒子大小谱分布函数的反演问题。特别介绍了吉洪诺夫正则化和熵正则化方法在该领域的应用。

本书的出版得到了中国科学院“知识创新工程重要方向人才项目”(KZCX2-YW-QN107)、中国科学院战略性先导科技专项“航空超导全张量磁梯度测量系统”、国家自然科学基金(10871191, 40974075)、国家自然科学基金中俄国际合作基金(10811120017, 11011120078, RFBR-07-01-92103-NFSC, RFBR-NNSF China 10-01-91150)、国家重点基础研究发展规划的973项目“陆表生态环境要素主被动遥感协同反演理论与方法”(2007CB714400)以及中国科学院地质与地球物理研究所和中国科学院油气资源研究重点实验室的共同支持,在此深表感谢!同时感谢高等教育出版社的编辑们,特别是赵天夫和李华英两位编辑的辛勤劳作,使得本书能够顺利出版。

王彦飞(中国科学院地质与地球物理研究所,北京)

I. E. 斯捷潘诺娃(俄罗斯地球科学物理研究所,莫斯科)

V. N. 提塔连科(英国曼彻斯特大学材料学院,曼彻斯特)

A. G. 亚格拉(国立莫斯科大学理学院,莫斯科)

2010年8月

§2.15.2	二次逼近法	40
§2.16	最速下降法	40
§2.17	共轭梯度法	42
§2.18	预条件迭代	47
§2.19	非单调迭代加速	48
§2.20	牛顿法	51
§2.21	零阶法	53
§2.21.1	坐标下降法	53
§2.21.2	虎克 - 捷夫法	53
§2.21.3	Nelder-Mead 法 (沿变形多面体搜索)	55
§2.21.4	随机搜索法	58
§2.21.5	遗传算法	59
§2.22	条件梯度法	60
§2.23	共轭梯度投影法	61
§2.24	解决特殊形式函数紧致集不适定问题的数值方法	63
§2.25	在源可表示情况下的不适定问题	66
§2.26	吉洪诺夫正则化方法	67
§2.27	广义偏差原则	69
§2.28	不相容不适定问题	71
§2.29	解决第一类弗雷德霍姆积分方程的数值方法	72
§2.30	卷积型方程	74
§2.31	拟牛顿法	76
§2.32	数值截断奇异值分解 (NTSVD) 正则化	80
§2.33	l_1 空间稀疏反演	81
§2.33.1	l_1 极小化问题	81
§2.33.2	内点算法	82
§2.33.3	投影梯度法	84
第三章	积分近似方法	88
§3.1	近似方法的基本原理	88
§3.2	积分表示法的数学表达式	89
§3.3	基本近似结构 (S 近似)	91
§3.4	局部的 S 近似	95
§3.5	全局和区域性的 S 近似	97
§3.6	F 近似	98

第四章 重力测量学中的正问题和反问题	103
§4.1 重力测量学的正问题	104
§4.1.1 重力测量正问题的提出	108
§4.1.2 地球物理正问题示例	108
§4.2 重力测量学反问题	113
§4.2.1 用于解决在地球物理学反问题中产生的线性 方程组的数值方法	115
§4.2.2 重力测量中反问题求解示例	117
第五章 磁法勘探中的正问题和反问题	123
§5.1 磁法勘探中的正问题	123
§5.1.1 磁势理论中的基本原理	124
§5.1.2 磁法勘探中正问题的命题	125
§5.1.3 磁法勘探中的正问题举例	125
§5.2 磁法勘探中的反问题	129
第六章 解决重力磁力测量反问题的新方法	134
§6.1 非线性势函数反问题的积分方程	134
§6.1.1 竖直圆柱	137
§6.1.2 倾斜圆柱	139
§6.1.3 水平圆柱	140
§6.1.4 多连通区域	140
§6.2 应用紧致容量概念的基圆柱还原稳定方法	141
§6.2.1 一些定义	141
§6.2.2 基圆柱的势函数反问题命题: 第一类	143
§6.2.3 基圆柱的势函数反问题命题: 第二类	145
§6.3 还原椭球的稳定算法	147
§6.3.1 对于椭球的势函数反问题命题: 第一类	147
§6.3.2 对于椭球的势函数反问题命题: 第二类	152
第七章 地震勘探问题初步	154
§7.1 地震勘探中的正问题	154
§7.2 地震勘探中的反问题	157
§7.3 数值模拟	164

§7.4	进一步说明	167
第八章	离散地震卷积模型与反演	168
§8.1	地震卷积模型	168
§8.2	子波	169
§8.3	噪音	177
§8.4	波阻抗反演	181
§8.5	多通道反卷积	185
§8.6	时间参数反演	188
§8.7	偏移及反演成像	189
§8.7.1	波动方程、射线解及偏移概述	189
§8.7.2	偏移与反演	197
§8.7.3	最小二乘偏移	202
§8.7.4	偏移反演成像的正则化方法	203
§8.8	压缩反演	205
§8.8.1	基础知识	205
§8.8.2	稀疏变换	206
§8.8.3	采样方法	227
§8.8.4	正则化模型	228
§8.8.5	数值算法	230
第九章	地表参数反演问题	233
§9.1	定量遥感模型反演的离散不适定性	234
§9.2	线性核驱动 BRDF 模型及其离散不适定性	236
§9.2.1	线性核驱动 BRDF 模型	236
§9.2.2	离散不适定性	238
§9.3	计算方法	238
§9.3.1	对解施加先验约束	238
§9.3.2	正则化与最优化技巧	239
§9.4	地表参数反演实例	241
§9.4.1	地面数据	241
§9.4.2	遥感数据	246

第十章 气溶胶粒子谱分布反演问题	249
§10.1 问题概述	249
§10.1.1 谱分布函数的一般描述	250
§10.1.2 常用谱分布	251
§10.2 瑞雷散射	253
§10.3 米散射	253
§10.4 光学厚度	254
§10.4.1 消光系数和光学厚度	254
§10.4.2 大气光学厚度	255
§10.5 定量反演气溶胶粒子大小分布函数的研究现状	256
§10.6 约束最小二乘法	259
§10.6.1 第一类算子方程	260
§10.6.2 最小二乘偏差解方法	260
§10.7 反演气溶胶粒子大小谱分布的正则化方法	262
§10.7.1 $W^{1,2}$ 空间中的正则化	262
§10.7.2 积分方程的离散化	263
§10.8 迭代正则化和最优化	264
§10.9 气溶胶粒子大小谱分布的反演	266
§10.10 数值例子	267
后记	271
参考文献	273
索引	283

Contents

Chapter 1	Introduction	1
Chapter 2	Ill-posed Problems and The Solution Methods	3
§2.1	Introduction.....	3
§2.2	Well-posed Mathematical Problems.....	4
§2.3	Sets and Functional.....	5
§2.4	Matric Space, Norm Space and Euclidean Space.....	6
§2.5	Examples of Ill-posed Problems.....	14
§2.6	Concepts of Regularizing Algorithms.....	16
§2.7	Ill-posed Problems in Compact Spaces.....	20
§2.8	Extreme Value Problems(Optimization Problems).....	23
§2.9	Solvability of Optimization Problems and the Sufficient and Necessary Conditions.....	24
§2.10	Convex Functional.....	25
§2.11	Solvability of the Convex Programming Problems.....	29
§2.12	Criterion for Convexity and Strong Convexity.....	32
§2.13	Least Squares Error Methods and Pseudo-inverse Methods.....	36
§2.14	Minimizing Sequences.....	38
§2.15	Basic Solution Methods for One-dimensional Extreme Value Problems.....	39

§2.15.1	Golden Section Methods	39
§2.15.2	Quadratic Approximation Methods.....	40
§2.16	Steepest Descent Methods.....	40
§2.17	Conjugate Gradient Methods.....	42
§2.18	Preconditioning	47
§2.19	Nonmonotone Iterative Acceleration.....	48
§2.20	Newton Methods	51
§2.21	Zero-th Order Methods.....	53
§2.21.1	Coordinates Descent Methods.....	53
§2.21.2	Hooke-Jeeves Methods	53
§2.21.3	Nelder-Mead Methods (Search from Polyhedron Model Deformation).....	55
§2.21.4	Random Search Methods	58
§2.21.5	Genetic Algorithms	59
§2.22	Conditional Gradient Methods	60
§2.23	Conjugate Gradient Projection Methods.....	61
§2.24	Numerical Methods for Solving Ill-posed Problems in Compact Set with Special Form	63
§2.25	Ill-posed Problems in the Representation of Sources	66
§2.26	A. N. Tikhonov Methods	67
§2.27	Generalized Discrepancy Principles	69
§2.28	Incompatible Ill-posed Problems.....	71
§2.29	Numerical Methods for Solving Fredholm Integral Equations of the First Kind	72
§2.30	Convolution Equations	74
§2.31	Quasi-Newton Methods.....	76
§2.32	Numerically Truncated Singular Value Decomposition	80
§2.33	Inversion in l_1 Space	81
§2.33.1	Minimization Problems in l_1 Space.....	81
§2.33.2	Interior Point Methods.....	82
§2.33.3	Projected Gradient Descent Methods.....	84
Chapter 3	Integral Approximation Methods.....	88
§3.1	Principles of Approximation Methods.....	88
§3.2	Mathematical Expression of Integral Representation Methods.....	89

§3.3	Basic Approximation Structure (<i>S</i> -Approximation)	91
§3.4	Local <i>S</i> -Approximation	95
§3.5	Global and Neighboring <i>S</i> -Approximation	97
§3.6	<i>F</i> -Approximation	98
Chapter 4 Forward and Inverse Problems in Gravity Measurement		
	Gravity Measurement	103
§4.1	Forward Problems in Gravity Measurement	104
§4.1.1	Forward Problems Formulation	108
§4.1.2	Examples of Forward Problems	108
§4.2	Inverse Problems in Gravity Measurement	113
§4.2.1	Linear Algebraic Methods for Geophysical Inversion	115
§4.2.2	Examples of Inverse Gravimetry	117
Chapter 5 Forward and Inverse Problems in Magnetic Measurement		
	Magnetic Measurement	123
§5.1	Forward Problems in Magnetic Measurement	123
§5.1.1	Fundamentals in Magnetic Potential	124
§5.1.2	Forward Problems Formulation	125
§5.1.3	Examples of Forward Problems	125
§5.2	Inverse Problems in Magnetic Measurement	129
Chapter 6 New Methods for Solving Inverse Problems in Gravity and Magnetic Measurements		
	in Gravity and Magnetic Measurements	134
§6.1	Integral Equations of Inverse Problems of Nonlinear Potential Functions	134
§6.1.1	Vertical Cylinder	137
§6.1.2	Slant Cylinder	139
§6.1.3	Horizontal Cylinder	140
§6.1.4	Multiply Connected Region	140
§6.2	Stable Methods for Restoring the Base of a Cylinder Using Compact Capacity	141
§6.2.1	Some Definition	141
§6.2.2	Inverse Problems for Potential Functions of Base Cylinder: the First Kind	143
§6.2.3	Inverse Problems for Potential Functions of Base Cylinder: the Second Kind	145

§6.3	Stable Algorithms for Ellipsoid Recovery	147
§6.3.1	Inverse Problems for Potential Functions of Ellipsoid: the First Kind	147
§6.3.2	Inverse Problems for Potential Functions of Ellipsoid: the Second Kind	152
Chapter 7	Primers of Seismic Exploration	154
§7.1	Forward Problems in Seismic Exploration	154
§7.2	Inverse Problems in Seismic Exploration	157
§7.3	Numerical Simulations	164
§7.4	Further Remarks	167
Chapter 8	Discrete Seismic Convolution and Inversion	168
§8.1	Seismic Convolution Model	168
§8.2	Wavelets	169
§8.3	Noises	177
§8.4	Impedance Inversion	181
§8.5	Multichannel Deconvolution	185
§8.6	Inversion of Time Parameters	188
§8.7	Migration and Inversion Imaging	189
§8.7.1	Wave Equations, Ray Solution and Migration	189
§8.7.2	Migration and Inversion	197
§8.7.3	Least Squares Migration	202
§8.7.4	Regularized Migration Imaging	203
§8.8	Compressed Inversion	205
§8.8.1	Background	205
§8.8.2	Sparse Transform	206
§8.8.3	Sampling	227
§8.8.4	Regularizing Models	228
§8.8.5	Numerical Methods	230
Chapter 9	Inversion of Land Surface Parameters	233
§9.1	Discrete Ill-posed Nature of Quantitative Remote Sensing Model Inversion	234
§9.2	Linear Kernel-based BRDF Model and the Discrete Ill-posed Nature	236

§9.2.1	Linear Kernel-based BRDF Model	236
§9.2.2	Discrete Ill-posed Nature	238
§9.3	Computational Methods	238
§9.3.1	Imposing A Priori Knowledge to the Solution	238
§9.3.2	Regularization and Optimization Techniques	239
§9.4	Numerical Experiments	241
§9.4.1	Field Data Tests	241
§9.4.2	Remote Sensing Data Tests	246
Chapter 10	Inversion of Aerosols Particle Spectrum	
	Distribution	249
§10.1	Introduction	249
§10.1.1	Spectrum Distribution Functions of Aerosols	250
§10.1.2	Special Spectrum Distribution Functions of Aerosols	251
§10.2	Rayleigh Scattering	253
§10.3	Mie Scattering	253
§10.4	Optical Thickness	254
§10.4.1	Attenuation Coefficient and Optical Thickness	254
§10.4.2	Atmospheric Optical Thickness	255
§10.5	Remotely Sensed Inversion of Atmospheric Aerosol Particle Size Distribution Functions	256
§10.6	Constrained Least Squares Methods	259
§10.6.1	Operator Equations of the First Kind	260
§10.6.2	Least Squares Error Solution Methods	260
§10.7	Regularization Methods	262
§10.7.1	Regularization in $W^{1,2}$ Space	262
§10.7.2	Discretization	263
§10.8	Iterative Regularization and Optimization	264
§10.9	Inversion of Particle Size Distribution Function	266
§10.10	Numerical Examples	267
Afterword		271
References		273
Index		283

后记

本书主要探讨了部分地球物理反演问题的数学建模、计算理论与方法。而不适定反演问题的研究从 A. N. 吉洪诺夫 1943 年在苏联科学院报告发表的关于反问题的不稳定性开始已经走过了六十多个年头。国内外的研究者在此期间作了大量的研究工作。期间,最重要的理论成果当属正则化理论的创立。

如今反演问题研究已经渗透到自然科学和社会生活的各个领域,比如地质科学、地球物理、地球化学、大气物理、海洋科学、定量遥感、高能物理、天体物理、信息科学、医疗卫生、计量经济、股票金融等,表明该问题的提出和发展是受科学与工程技术进步和社会发展所驱动的,研究内容日趋深化和多元化。我们认为在 21 世纪的反演问题研究中有以下几个方面值得关注:

(1) 随着科学技术和人类社会的进步,更多新的反演问题将被提出和研究;新的问题导致新的模型(比如多泛函空间构造模型),非标准正则化将成为常规手段;而这些反演问题将更加依赖于国家需求;

(2) 随着人类观测手段和认知的进步,反演问题采集的数据规模越来越大,获得的知识(信息)越来越丰富(比如生命科学、地球物理与遥感领域);

(3) 随着计算科学的发展,反演问题研究越来越依赖于计算机模拟;

(4) 随着学科交叉的日益深入,越来越多的反演问题需要跨学科的科研工作者协同完成(比如生物制药、医学影像、中长期数值天气预报、石油地质勘探);

(5) 大规模反演问题推动研究更高级的数值反演法,比如统计随机反演方法以及最优化方法和正则化方法的耦合;

(6) 随着计算机协同计算能力的增加和并行技术的发展,传统的中央处理器

